В. С. МАГНУС-САМИНСКИЙ

Проблема абстрагирования в философии Рассела

Особенности философии Бертрана Рассела и, в частности, характерный для нее способ абстрагирования следует рассматривать на фоне существенных изменений в науке, происшедших в конце XIX и начале XX в. Главным для этого периода было крушение механистической картины мира, которая пришла в противоречие с теорией относительности и новыми данными о строении атома, что заставило естествоиспытателей пересмотреть свое отношение к господствовавшим в то время стихийно-материалистической и кантианской теориям познания. Основной тезис старого, метафизического материализма, согласно которому источником всех знаний являются ощущения, нуждался в существенных уточнениях и конкретизации, так как не мог объяснить появление так называемых «абстрактных» понятий, для которых не существует прямых аналогов в природе. Кантианство же, сталкиваясь с абстрактными понятиями, объявляло их априорными, то есть существующими до и независимо от всякого опыта, понимаемого как деятельность чувственная, противостоящая рациональной. Так, например, не видя чувственных, природных аналогов для понятий «пространства» и «время», кантианство исходило из априорности пространственных и временных представлений. Появление неевклидовых геометрий опровергло эту догму кантианства. Для механистической картины мира был характерен свой особый способ абстрагирования, свой способ установления связи между исследуемыми объектами и отделения главного от второстепенного. Именно он обусловливал «конфликты между достигнутыми результатами и укоренившимся способом мышления»* в той области знания, где Расселу удалось сделать фундаментальные открытия. Такой областью были основания математики и формальная логика. Абстрагирование совершалось здесь на основе родо-видовых отношений и правил силлогиз-

* *Маркс К., Энгельс Ф.* Сочинения. Т. 20. М., 1960. С. 22.

ма, установленных еще Аристотелем. Однако трудности, возникшие в математике и связанные с обнаружением парадоксов теории множеств, показали недостаточность и ограниченность такого подхода.

Основная идея Рассела — сведение математики к логике. Но он работал не на пустом месте, у него были предшественники — представители логики отношений Чарлз Сандерс Пирс и Эрнст Шрёдер и Джузеппе Пеано, первым поставивший вопрос о применении символической логики для дедуктивно-аксиоматического построения математики*, и в особенности немецкий математик Готтлоб Фреге, который на первой странице своего труда «Основные законы арифметики» писал, что «арифметика есть часть логики и не должна заимствовать ни у опыта, ни у созерцания никакого обоснования». Фреге исходил из понятия множества, с этим понятием связана его дедуктивная система, поэтому обнаружение Расселом парадокса, связанного с множеством всех множеств, которые не являются элементами самих себя, разрушило основание этой системы.

Причину появления парадоксов теории множеств логицисты видели в интуитивности самого понятия «множество». И действительно, согласно кантианской точке зрения, математические аксиомы являются априорными синтетическими суждениями, выражающими чистое наглядное представление, или, что то же самое, интуицию. Интуиция отличается, по мнению кантианцев, от опыта. Опыт дает случайное знание, а математическое знание, основанное на интуиции, является знанием необходимым. Интуиция отличается и от логики. Истины логики тоже априорны, но они, в отличие от истин математики, имеют своим источником не интуицию, а рассудок и выражаются не синтетическими, а аналитическими суждениями.

Логицисты отрицали существование априорных аналитических суждений, а интуицию они считали знанием смутным и неточным. Подлинной основой научного знания являлась для них логика.

---

* В своей ранней работе «Логика отношений...» (1901) Рассел весьма критически оценивает работы Пирса и Шрёдера. Он пишет, что «логика отношений, какой мы ее находим в трудах Пирса и Шрёдера, столь трудна и запутана в своих разветвлениях, что постепенно возникло сомнение в ее практической пригодности. Не видя различия между є и до, эти авторы рассматривают класс как простую сумму отдельных предметов» (*Russell B.* Logic and Knowledge. London, 1959. P. 3). Первый из этих знаков обозначает принадлежность элемента множеству, а второй — вхождение подмножества в множество, что далеко не одно и то же. Рассмотрение класса как суммы отдельных предметов приводило к тому, что числа отождествлялись с конкретными совокупностями, что, как показал Рассел, искажает природу числа. Что же касается Пеано, то, признавая себя его учеником, Рассел писал впоследствии: «В 1899–1900 гг. я принял философию логического атомизма и специальную терминологию Пеано в математической логике» (*Russell B.* My Philosophical Development. New York, 1959. P. 11).

Ошибка Канта заключалась, по их мнению, в том, что он сводил логику к силлогистике. «Попытка отдать силлогизму предпочтение в дедукции направила философов на неверный путь в отношении природы математических суждений. Кант, понимая, что математика не силлогистична, заключает, что она использует сверхлогические принципы, которые, однако, он считал столь же достоверными, как и принципы логики»*. Таким образом, логицисты критиковали не только кантианское, но и вообще традиционное сведение логики к силлогистике.

В определенном отношении логическое понятие «класс» и математическое понятие «множество» можно отождествлять. С точки зрения обыденного словоупотребления нет никакой разницы в том, назовем ли мы стадо коров «классом» или «множеством», но подобное отождествление ничего пока еще не говорит о специфически математических свойствах иследуемых объектов. И действительно, в данном случае «множество коров» — это лишь интуитивное выделение объема понятия «корова». Для определения числа этого недостаточно. Число отличается от интуитивно выделенного объема понятия примерно так же, как выражение «У меня есть деньги» от выражения «У меня есть пятьдесят рублей». Но дело не только в этом. Число не является свойством какого-нибудь класса конкретных объектов. *Пара* сапог еще не есть число, не является числом ни *пара* перчаток, ни *пара* ног, ни *пара* рук. Лишь установив одно-однозначное соответствие между всеми этими классами различных предметов, мы получим класс, выражающий отношение *всех пар*, *класс классов*, соответствующий числу 2. Однако и это еще не будет обобщенным понятием числа, ибо числа — не только двойки, тройки, пятерки и восьмерки и т. д. Обобщённое понятие числа, согласно Расселу, будет выражаться не только классом классов, соответствующим определенным числам, но еще и классом, выражающим их общие свойства, *классом классов классов***.

Трудности возникали в результате смешения чисел с совокупностями конкретных объектов и применения к ним традиционно-силлогистического подхода. При таком подходе отношение мно-

---

* *Рассел Б.* История западной философии. М., 1959. С. 219.

** Критикуя Бергсона, Рассел отмечает, что «Бергсон путает три совершенно разные вещи, а именно: 1) число как общее понятие, применяемое к различным числам; 2) различные конкретные числа; 3) различные совокупности, к которым применимы различные конкретные числа <...> Это такая же путаница, как если бы мы смешали отдельного юношу с юностью, а юность — с общим понятием “период человеческой жизни” и потом стали бы доказывать, что так как юноша имеет две ноги, то и юность должна иметь две ноги и общее понятие “период человеческой жизни” тоже должно иметь две ноги» (*Рассел Б.* История западной философии. М., 1959. С. 809–810).

жества к его элементам выступает как родовидовое, а сам метод абстрагирования сводится к извлечению общего свойства различных видов конкретных объектов. С точки зрения родовидовых отношений общим свойством пары сапог, пары валенок, пары ботинок и пары лаптей является то, что они есть обувь. Отсюда нельзя извлечь те их свойства, которые выражаются числами. Родовидовые отношения и характерный для них способ абстрагирования возникли при оперировании конкретными понятиями, такими как «дом», «стол», «дерево», «камень», «человек», такими, которые имеют прямой аналог в природе. Понятие «число», так же как и понятие «форма», «отношение», «красота», доброта», «справедливость» и т. д., — понятия абстрактные. Нет в природе предмета, указав на который можно было бы сказать «вот — число», «вот — форма», «вот — доброта» и т. д. Они возникают не как общие свойства конкретных объектов, а как свойства отношений различных классов объектов. Абстрагирование в этом случае выступает как социально обусловленная способность сознания вырывать отдельные свойства предметов из реальных природных связей и рассматривать их как нечто самодовлеющее. Если конкретные понятия выявляются в результате исследования реальных условий существования предметов и явлений, то понятия абстрактные возникают в результате создания идеальных условий. В этих идеальных условиях существуют точки, не имеющие площади, бесконечные линии, не имеющие ширины; формы вещей живут здесь самостоятельной жизнью, отличной от жизни самих вещей.

Но человеческая способность к абстрагированию развилась в конечном счете на основе наблюдения развития самой природы, самих вещей, ибо лишь наличие закономерностей, повторяемости, регулярности в природе дает возможность сознанию выделить тот или иной этап развития. Каждый данный этап развития любого предмета, да и всей природы в целом, отражаясь в сознании человека, представляет собой абстракцию развития. Конкретное существование — это процесс развития. Именно поэтому чувственное восприятие способно дать нам абстрактное знание, а само конкретное представление о вещи в данный момент времени и в данном отношении оказывается абстракцией. Абстракциями являются и понятия. Конкретные и абстрактные понятия отличаются друг от друга по способу своего образования — абстрагированию. Необходимая и достаточная совокупность существенных признаков реальных предметов дает конкретное понятие. В том случае, когда существенными признаками, образующими понятие, являются свойства и отношения, оторванные при помощи мыслительных операций от реальных предметов, понятие оказывается абстрактным. «Зеленое», «гладкость», «красота», «доброта», «справедливость», «стоимость», «тяжесть» и т. д. могут быть свойствами или отношениями многих предметов, не определяя в то же время их существенное различие, не являясь их *differencia specifica*.

Можно сказать еще, что конкретные понятия — это абстракции конкретных объектов, в то время как абстрактные понятия — это абстракции абстрактных объектов. В последнем случае нужно произвести по крайней мере двойное абстрагирование: во-первых, отделить свойство вещи от самой вещи, во-вторых, указать его существенные признаки. Отделение свойства вещи от самой вещи — это, по сути дела, создание абстрактного объекта, который не совпадает с классом конкретных объектов, обладающих исследуемым свойством. В объем абстрактного понятия входит *абстрактный объект*, свойство которого оно выражает. Но абстрактный объект — это одно общее свойство *многих* различных вещей, оторванное от них. Других абстрактных объектов, соответствующих данному свойству, не существует. В объем абстрактного понятия входит *только один* абстрактный объект, и только его существенные признаки оно выражает. Абстрактное понятие не является поэтому выражением существенных признаков какого-нибудь рода или вида*.

* В этой связи небезынтересно будет напомнить одно любопытное обстоятельство в творческой биографии Рассела. Первая его книга (1896) была посвящена германской социал-демократии и в значительной мере анализу взглядов К. Маркса. Рассел отрицает в ней теорию прибавочной стоимости и считает, что «доказательство Маркса ошибочно по своему методу; мы никогда не сможем путем простого абстрагирования от различий получить только одно общее свойство множества вещей, а получив, убедиться в том, что именно это свойство существенно» (*Russell B.* German Social Democracy. A New Edition his First Book. London, 1965. P. 17). Мы видим, что здесь Рассел отрицает именно то, что впоследствии составило основу его собственных открытий, — возможность путем абстрагирования получить «только одно общее свойство множества вещей». Правда, он делает это с некоторой оговоркой, суть которой выражена словами «путем простого абстрагирования от различий». Но подобный упрек не имеет отношения к Марксу, чей объект исследования, меновая стоимость, образуется не путем отбрасывания свойств конкретных вещей, а выявлением их отношений. За пятьдесят лет до «Principia Mathematica» Маркс отделяет от вещей свойство, несущественное для их естественного бытия, отношение стоимости, и создает абстрактный объект, равно как и соответствующее этому абстрактному объекту абстрактное понятие. «Если, — писал он, — отдельный товар с точки зрения потребительной стоимости выступал как самостоятельная вещь, то, наоборот, как меновая стоимость, он с самого начала рассматривался в отношении ко всем товарам» (*Маркс К., Энгельс Ф.* Сочинения. Т. 13. М., 1959. С. 29). В данном случае различие в подходах Маркса и Рассела связано со спецификой исследуемого объекта. К. Маркс занимается политической экономией, а не математикой и поэтому не исследует специфически математические свойства абстрактных объектов.

С различными способами абстрагирования связано возникновение проблемы множества всех множеств, которые не являются элементами самих себя. Прежде всего существует фундаментальный факт отличия понятия от конкретных объектов, свойства которых оно выражает. Понятие «дом» не является домом, понятие «стол» не является столом.

Но это лишь одна сторона дела. Его другая сторона — вопрос о том, как свойства вещей, отраженные в понятии, относятся к классу тех вещей, из которых они извлечены, общий вопрос об отношении свойства к классу. В традиционной формальной логике он рассматривается при анализе взаимосвязи объема и содержания понятия. Но выведенная там закономерность (обратное соотношение объема и содержания понятий) имеет смысл лишь для понятий конкретных, полученных путем отвлечения от различий, которые есть у реальных вещей. Возникшие в результате обобщения чувственно-конкретных форм существования предметов и явлений, они подчиняются родовидовым отношениям и правилам силлогизма. Чувственная конкретность позволяет отождествить понятие «животное» не только с понятиями «птицы», «рыбы», «насекомые», «млекопитающие», но и с воронами, щуками, муравьями, коровами, более того — с этой щукой, с этим муравьем, с этой вороной, с этой коровой. В данном случае свойства класса принадлежат каждому элементу, в него входящему, каждый элемент множества обладает свойствами всего множества в целом и в этом смысле множество является элементом самого себя. Но при таком, говоря словами Рассела, «абстрагировании от различий» при расширении объема обедняется содержание.

Абстрактные понятия возникают на основе функциональных отношений. Функциональные отношения не являются отношениями рода и вида и не подчиняются правилам силлогизма. В отличие от понятий конкретных, которые образуются благодаря выявлению необходимой и достаточной совокупности существенных признаков вещей и явлений, абстрактные понятия образуют свое содержание не из совокупности существенных признаков, а путем выявления какого-нибудь одного свойства или одного отношения многих реально существующих предметов и явлений, путем создания абстрактного объекта. Соотнесение абстрактных понятий с реально существующими объектами показывает, что одно свойство или одно отношение не может исчерпать ни всех свойств этих объектов, ни даже их существенных признаков. Поэтому абстрактное понятие исчерпывающе выражает лишь свойства (одно свойство) абстрактного объекта. Это во-первых. Во-вторых, абстрактные понятия существенным образом обогащают свое содержание в ходе анализа абстрактных объектов, а конкретные объекты могут быть описаны лишь совокупностью абстрактных понятий. И, наконец, в-третьих, поскольку абстрактное понятие не обладает всеми свойствами конкретных объектов, входящих в данное множество, оно не может быть элементом самого себя. Так, например, понятие «красота» не исчерпывает всех свойств красивых вещей, которые существуют в природе, и каждая красивая вещь как целостность входит в некоторое другое множество. Парадоксы вызываются применением чуждого природе абстрактных объектов способов абстрагирования и устраняются при помощи способов абстрагирования, соответствующих их природе.

В утверждениях типа «множество планет не является планетой и потому не есть собственный элемент» * мы можем увидеть типичный пример смешения различных способов абстрагирования, смешения родовидовых и функциональных отношений. Возьмем для примера совокупность больших планет Солнечной системы. Эта совокупность может выражаться двояко: конкретным понятием «большая планета Солнечной системы» и абстрактным понятием «число 9». Оба эти понятия имеют содержание, объем и форму. Формой всех понятий является слово или словосочетание. Содержанием рассматриваемого нами конкретного понятия является совокупность существенных признаков больших планет Солнечной системы. В этом случае общее свойство класса, несомненно, принадлежит каждому из его членов. Содержанием рассматриваемого нами абстрактного понятия оказывается одно-однозначное соответствие между классами объектов, которые состоят из девяти членов. Одного-однозначного соответствия подобного вида у одной отдельно взятой совокупности, состоящей из девяти членов, не существует. В объем конкретного понятия в данном случае входят все большие планеты Солнечной системы: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон. В объем абстрактного понятия входит *класс классов*, состоящих из девяти членов.

Если вернуться теперь к понятию «множество планет», то при способе абстрагирования, характерном для конкретных понятий, никаких трудностей не возникает. Необходимая и достаточная совокупность существенных признаков планет образует содержание понятия «планета», а все бесконечное множество планет образует его объем. При этом способе абстрагирования понятие «множество» определяется содержательно через существенные признаки понятия «планета». «Множество планет» — это то, что соответствует существенным признакам понятия «планета».

Трудности, возникающие при определении понятия «множество планет» способом, характерным для абстрактных понятий, связа-

---

* *Френкель А., Бар-Хилел И.* Основания теории множеств. М., 1960. С. 16.

ны с понятием бесконечности, со специфическими особенностями создания абстрактного объекта. Вслед за Кантором математики считают бесконечной такую совокупность, у которой существует часть, эквивалентная целому. Часть и целое эквивалентны в том смысле, что каждому элементу целого можно поставить в одно-однозначное соответствие элемент его части. Так, например, членам натурального ряда можно поставить в одно-однозначное соответствие числа четные, нечетные, простые и т. д. Каждое из этих множеств равномощно натуральному ряду чисел. Если при этом считать четные, нечетные, простые и т. д. числа подмножествами множества, которое составляет натуральный ряд чисел, то мощность всех подмножеств множества оказывается большей, чем мощность самого множества. В том случае, когда подобное рассуждение применяется к множеству всех множеств, возникает парадокс, известный под названием «парадокса Кантора». Теоретико-познавательная проблема, возникающая вместе с возникновением этого парадокса, также связана со смешением различных способов абстрагирования.

Для того, чтобы построить множество, необходимо либо перечислить входящие в него элементы, либо показать какой-либо другой способ его построения. В случае бесконечных множеств перечисление невозможно, следовательно, здесь необходимо указать существенный признак множества, закон его построения. В случае конкретных понятий перечислению обычно противопоставлялись содержательные характеристики. Однако при характеристике абстрактных объектов трансформируется понятие содержательности. Содержание на этом уровне оказывается абстрактным, оно выступает как самостоятельный абстрактный объект, как свойство, которое принадлежит лишь всей совокупности в целом. Если считать натуральный ряд множеством всех целых положительных чисел, а четные числа его подмножеством, то при построении «автономного» подмножества четных чисел мы должны будем извлечь эти последние из натурального ряда, после чего вместо натурального ряда у нас останется лишь ряд нечетных чисел, которые, конечно, можно будет поставить в одно-однозначное соответствие с четными числами. Однако никакого парадокса тут не будет. По сути дела, здесь задаются совершенно различные абстрактные объекты, отношения которых пытаются рассматривать как родовидовые.

Если числа возникают в результате сопоставления различных объектов и установления одно-однозначного соответствия между ними, то из этого следует, что такие их свойства, как быть четными, нечетными, простыми и т. д., не зависят от существования натурального ряда. И, наоборот, существование натурального ряда не предполагает наличия этих свойств. При применявшемся Расселом способе абстрагирования то обстоятельство, что в натуральном ряде имеются и четные, и нечетные, и простые числа, говорит только о том, что закон построения этого множества не имеет прямого отношения к свойствам отдельных, входящих в него чисел или их совокупностей. Множества простых, четных и нечетных чисел — это совершенно отличные друг от друга и от натурального ряда абстрактные объекты. В данном случае «подмножества» не обладают свойством множества, а поэтому рассуждения о них в данном отношении неправомерны.

Однако рассмотрение множеств и соответствующих им чисел как самостоятельных абстрактных объектов ставят перед исследованием новые задачи. Прежде всего — это проблема части и целого, ибо выявленные таким образом числа еще никак не соотносятся друг с другом, и мы не знаем, какое из них больше и какое меньше. Более того, если абстрактному понятию соответствует *только один* абстрактный объект, то из этого следует, что одно-однозначному соответствию всех пар соответствует только *одна* двойка, а взаимно (или одно-) однозначному соответствию всех триад — только одна тройка и существует только один-единственный, уникальный натуральный ряд. Это противоречит тому факту, что мы можем, например, представить число 10 состоящим либо из десяти единиц, либо из пяти двоек, либо из двух пятерок и т. д. Но каждый элемент такого множества оказывается, как об этом свидетельствуют естественный язык и арифметика, либо $^1/_{10}$, либо $^1/_5$, либо $^1/_2$ и т. д. частью всего множества, которое рассматривается в данном случае и как целое и как единица.

Естественный язык отличает понятие «целое» от понятия «единица», но сам он несет в себе и понятийность и образность, что часто приводит к смешению этих понятий. Такие укоренившиеся в языке выражения, как «половина», «треть», «четверть», понимаются обычно как $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ какой-то целостности, рассматриваемой как единица. Но в данном случае речь идет лишь об определенной части целого и ничего не говорится о том, каково это целое. Ведь слова «полбыка», «полбарана», «полдома» никак не характеризуют рассматриваемую целостность с количественной точки зрения. Определенность появляется лишь в тех случаях, когда эти понятия применяются к четко фиксированным мерам длины, объема, времени и веса, причем фиксированная мера представляет собой не что иное, как *единицу измерения*.

Здесь мы сталкиваемся с характерной для естественного языка многозначностью понятий. Поэтому нам следует уточнить, в каком смысле мы будем употреблять понятие «единица измерения» и совпадает ли оно с понятиями единицы как элемента натурального ряда и единицы как самостоятельного абстрактного объекта. Это надо сделать для того, чтобы преодолеть некоторую недоговоренность, существующую даже в логической литературе.

Еще Джордж Буль в свое время утверждал, что «символ I (или единица) используется для обозначения всеобщего. Он должен охватывать каждый мыслимый класс объектов независимо от того, существуют они в действительности или нет. Предполагается также, что тот же самый индивидуальный объект может входить более чем в один класс, так как имеет более чем одно общее свойство с другими индивидуальными объектами»*.

Но если единица выражает только одно общее свойство класса, то единицей можно назвать и двойку, которая выражает одно общее свойство всех пар. И не только двойку, но и любое другое число! На подобное обстоятельство обращает внимание Рассел в «Человеческом познании». Говоря об аксиомах Пеано, он замечает, «что пока мы имеем нечто удовлетворяющее этим пяти положениям (пяти аксиомам Пеано. — *В. М.-С.),* нам не нужно знать, что мы имеем в виду под “0”, “числом” и “следующим”. Но тогда оказалось, что существует бесконечное число возможных интерпретаций»**.

Интересно здесь то, что булевское определение единицы — это определение количественного числа, в то время как аксиомы Пеано дают число порядковое. И тот и другой подход приводит к возможности многих интерпретаций, очевидно, потому, что каждый из них необходим, но недостаточен. Числа, как одно-однозначные соответствия, представляют собой системообразующие элементы, — это алфавит, из которого будет создаваться система. Но это еще не сама система, а неупорядоченная совокупность абстрактных объектов, отдельные, независимые друг от друга объекты, индивидуальности, характеризуемые только отличием друг от друга. Их связь выступает при сопоставлении друг с другом самостоятельных абстрактных объектов. Введение порядкового числа аналогично введению правил оперирования элементами системы. Но само подобное оперирование требует установления единицы сопоставления— единицы измерения. И здесь единица — абстрактный объект совпадает с единицей как членом натурального ряда, которая оказывается единицей измерения для различного рода одно-однозначных соответствий. Количественность и порядковость взаимно дополняют друг друга и вместе делают возможным существование системы.

Их взаимодействие позволяет преодолеть реальную трудность, возникающую в ходе нашего анализа. Эта трудность состоит в том, что при односторонне количественном подходе невозможно логически объяснить появление вместо единственного одно-однозначного

* *Berka K., Kreiser L.* Logik — Texte. Berlin, 1971. S. 113.

** *Рассел Б.* Человеческое познание. М., 1957. С. 271.

соответствия и абстрактного понятия, выражающего этот абстрактный объект, бесчисленного количества единиц, двоек, троек и т. д., казалось бы, разрушающих стройную логическую систему. Это заставляет некоторых авторов вводить при истолковании теории множеств определенные ограничения, иногда, на наш взгляд, слишком сильные. Е. Слупецкий и Л. Борковский утверждают, например, что в теории множеств термин «множество» употребляется не в собирательном, а в разделительном смысле и, таким образом, отношение элемента к множеству не понимается здесь как отношение части и целого*. При этом они ссылаются на Рассела и Куайна. Однако в приведенных Е. Слупецким и Л. Борковским высказываниях Рассела и Куайна речь идет о другом, а именно о том, что множества не следует смешивать с совокупностями конкретных предметов. Что же касается утверждения, что в теории множеств «отношение элемента к множеству не понимается... как отношение части и целого», то в действительности здесь отсутствуют не отношения части и целого, а отношения рода и вида. Копейка является частью рубля, но ни в коем случае она не является его видом, поскольку не обладает его свойствами. И это характерно для абстрактных объектов, где элемент множества не обладает свойствами множества, хотя и является его частью. В случае абстрактных объектов родовидовые отношения оказываются возможными лишь в сфере представления тождества. Если кошка — один из видов животных, то видами рубля оказываются либо два полтинника, либо десять гривенников, либо сто копеек и т. д., а не какая-то его часть.

Число 2, как общее свойство всех пар, и число 3, как общее свойство всех триад, еще никак не соотносятся друг с другом. Лишь их сопоставление путем введения упорядоченности создает отношения между ними, которые являются отношениями части и целого. Мы можем выявить, таким образом, две стадии формирования системы. Во-первых, стадию создания абстрактных объектов и, во-вторых, стадию установления связей между ними. Утверждение Е. Слупецкого и Л. Борковского фиксирует положение, возникшее после создания абстрактных объектов (их отличие друг от друга) и до установления связей между ними. После результатов Геделя стало ясно, что чисто логическим путем невозможно построить систему арифметики, ибо даже среди самых простых отношений целых чисел можно найти такие, которые не могут быть выражены средствами самой системы, «имеются даже относительно простые проблемы, которые не могут быть выведены из аксиом»**. Это заставило Рассела

* *Слупецкий Е., Борковский Л.* Элементы математической логики и теории множеств. М., 1965. С. 344.

** *Berka K., Kreiser L.* Logik — Texte. Berlin, 1971. S. 321.

признать роль внелогических предпосылок образования чисел. Он называл эти предпосылки эмпирическими. «Пока мы остаемся в области арифметических формул, все эти различные интерпретации “числа” равно хороши. И только тогда, когда мы начинаем эмпирическое употребление чисел в перечислении, мы находим основание для предпочтения одной интерпретации всем другим. Когда мы покупаем что-нибудь в магазине и продавец говорит: “Три шиллинга”, его “три” не является только математическим символом, обозначающим “третий термин от начала какой-нибудь последовательности”, его «три» не может быть определено его арифметическими свойствами»*.

Соотношение логических и внелогических предпосылок арифметики представляет собой особую проблему, обсуждение которой не является предметом данной статьи. Однако существование внелогических предпосылок оказывает влияние на понимание предпосылок логических. Когда мы говорим о числе 2 как об общем свойстве пар и о числе 3 как общем свойстве всех триад, то неявно предполагаем знакомство, пусть интуитивное, с двойками и тройками.

Очевидно, дело обстоит так, что люди первоначально в своей практической деятельности обнаруживают свойства пар, триад и т. д. и лишь затем обнаруживают способы абстрагирования, позволяющие осознать характер этого абстрагирования. Видимо, можно предположить, что теории всегда предшествует некое нетеоретическое или дотеоретическое знание, дающее возможность ориентироваться в относительно простых ситуациях. По-видимому, о теоретическом знании в наши дни следует говорить как о знании системном, причем сама подобная системность предполагает сознательный и явный выбор аксиом.

Расселовское определение числа оказалось новым методом абстрагирования, характерным для современного состояния науки, при котором исследуются не только чувственно-конкретные и пространственно-определенные формы существования вещей, но также и их свойства и отношения. Определение числа явилось практическим применением его знаменитой теории типов. Теория типов представляет собой своеобразную иерархию. Если нам задана совокупность объектов, которую мы логически не анализируем, то из них можно образовать особый тип объектов и назвать этот тип «нулевым». Если мы затем рассматриваем свойства объектов, входящих в нулевой тип, то из них можно образовать новый тип объектов и назвать его *первым*. Продолжая наш анализ и рассматривая свойства свойств, мы можем создать еще один тип — *второй*. Таким

* *Рассел Б.* Человеческое познание. М., 1959. С. 271.

образом можно двигаться и дальше. Существенным, однако, здесь будет то, что, рассматривая какой-нибудь объект как аргумент, а его свойство как функцию, мы обязаны будем учитывать их принадлежность к различным типам. Так, объект, принадлежащий к типу n, имеет свойство, которое принадлежит к $(n + 1)$-му типу.

Теория типов, как мы видим, имеет очень важное методологическое значение. Она показала, что такие понятия, как «все свойства», «все высказывания», «множество всех множеств» и т. д., при их неограниченном применении содержат порочный круг. Теория типов требует, чтобы в основании логической системы лежала строгая определенная область объектов, из которой должно выводиться все остальное. Это требует уточнения самого понятия «множество» и отграничения его от родственных ему понятий «класс», «совокупность», «группа» и т. д. Проводя подобное отграничение, мы должны будем иметь в виду, что математика и логика долгое время существовали как ничем не связанные между собой науки, обладавшие своим собственным понятийным аппаратом. Логическое понятие «класс» и математическое понятие «множество» характеризуют понятия с точки зрения их объема. Но именно здесь особенно наглядно проявляется различие между математическим и традиционно-логическим подходом. При традиционно-логическом подходе свойством обладают либо *все*, либо *некоторые* члены класса. Объем в этом случае определяется содержательно.

Иная ситуация возникает при математическом подходе, где сами объемы понятий выступают как самостоятельный объект исследования, как определенное содержание. Исследование объемов понятий как самостоятельного содержания представляет, как нам кажется, суть математического абстрагирования. Математический подход начинается с того момента, когда совокупности конкретных объектов, которые математика логически не анализирует и рассматривает как нулевой тип абстракции, ставятся в одно-однозначное соответствие друг с другом. Поэтому и множества следует рассматривать как класс классов, находящихся в одно-однозначном соответствии друг с другом.

Этот подход, разработанный Расселом и Уайтхедом, имеет глубоко принципиальное значение, несмотря на то, что, с точки зрения современных логиков, «он громоздок в практическом применении и имеет также некоторые другие недостатки»*. Именно критика понятия множества всех множеств, которые не являются элементами самих себя, данная в теории типов, обусловила переход от интуитивной теории множеств к аксиоматической, где «обычные способы вы-

* *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М., 1971. С. 178.

вода приводят <...> не к противоречию, а всего лишь к результату, состоящему в том, что некоторые классы не являются множествами. Множества предназначены быть теми надежными, удобными классами, которыми математики пользуются в своей повседневной деятельности в то время, как собственные классы мыслятся как чудовищно необъятные собрания, которые, если позволить им быть множествами (то есть быть элементами других классов), порождают противоречия»[*].

То обстоятельство, что математика занимается исследованием абстрактных объектов, ставит перед ней вопрос о природе этих абстрактных объектов, об их связи с действительностью, о взаимозависимости конкретно-научного и философского анализа. В трудах Рассела эта взаимозависимость выступает особенно наглядно. От убеждения в том, что «вся чистая математика — арифметика, анализ и геометрия — создана на основе комбинирования простыми идеями логики, а ее теоремы выведены из всеобщих аксиом логики, таких как силлогизм и другие правила вывода»[**], он приходит к отрицанию силлогистичности математики, а затем и к признанию внелогических предпосылок как существенных факторов ее построения. В своих работах по философским проблемам математики Рассел стремился естественным путем объяснить появление математических объектов, которые в идеалистических теориях становились «главным источником веры в вечную и точную истину, а также и сверхчувственный интеллигибельный мир»[***]. Один из главных результатов своей философской деятельности он видел в том, что математика перестала рассматриваться как априорное знание о мире, и в «разрушении предубеждения против эмпиризма»[****]. Но свой эмпиризм Рассел не сумел вывести за пределы чисто логического анализа и поставить в контекст общественно-исторической практики, вне которого нельзя дать объективной оценки философского значения конкретно-научного открытия.

---

[*] Там же. С. 178.

[**] *Russell B*. Mathematics and Metaphysicians (1901). Mysticism and Logic and others Essays. London, 1932. P. 75–76.

[***] *Рассел Б*. История западной философии. М., 1959. С. 56.

[****] Там же. С. 839.